

12 約数と公約数

- 目標**
- 約数の意味や性質、求め方について学習しましょう。
 - 公約数、最大公約数の意味や性質、求め方について学習しましょう。

例題1 (約数の求め方)

次の整数の約数を、小さい方から順に全部書きなさい。

- (1) 6 (2) 5

考え方 ある整数□をわり切ることのできる整数を、□の約数といいます。
□の約数を求めるには、□を小さい整数から順にわっていきます。

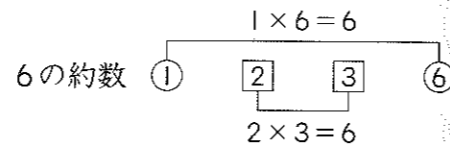
(1) 6の約数は1から6までの間にあります。

6を、1から6までの整数でわると、
 $6 \div 1 = 6$, $6 \div 2 = 3$, $6 \div 3 = 2$,
 $6 \div 4 = 1$ あまり2, $6 \div 5 = 1$ あまり1,
 $6 \div 6 = 1$

わる数が1, 2, 3, 6のときにわり切れるので、6の約数は、1, 2, 3, 6です。

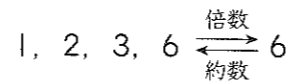
参考 6の約数を、右のように組にしてかけると、積は6になります。このことを利用して、約数をもれなく見つけることができます。

約数
□ある整数□をわり切ることのできる整数を、□の約数という。
1とその数自身である□も、□の約数になっている。



注 6の約数は、1, 2, 3, 6です。

逆に、6は、1, 2, 3, 6の倍数になっています。



(2) 5を、1から5までの整数でわると、

$5 \div 1 = 5$, $5 \div 2 = 2$ あまり1, $5 \div 3 = 1$ あまり2,
 $5 \div 4 = 1$ あまり1, $5 \div 5 = 1$

わる数が1, 5のときにわり切れるので、5の約数は、1, 5です。

注 5のように、1とその数自身しか約数をもたない数もあります。

答 (1) 1, 2, 3, 6 (2) 1, 5

確認問題

1 次の整数の約数を、小さい方から順に全部書きなさい。

- 回(1) 10 (2) 4

() ()

- 回(3) 12 (4) 8

() ()

- 回(5) 7 (6) 11

() ()

例題2 (公約数の求め方)

8と12の公約数を、小さい方から順に全部書きなさい。

考え方 8の約数にも、12の約数にもなっている数を、8と12の公約数といいます。

●公約数の見つけ方1●

8と12の約数を順に書いて、共通な数を見つけます。

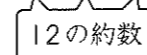
8の約数 ①, ②, ④, 8

12の約数 ①, ②, 3, ④, 6, 12

●公約数の見つけ方2●

8の約数の中から、12の約数を見つけます。

8の約数 ①, ②, ④, 8



※このとき、小さい方の数の約数から見つける方が、簡単に求められます。

公約数
□2つの整数□, ○に共通な約数を、□と○の公約数という。

答 1, 2, 4

確認問題

2 次の2つの整数の公約数を、小さい方から順に全部書きなさい。

- 回(1) 4と6 (2) 12と18

() ()

例題3 (最大公約数の求め方)

12と16の最大公約数を求めなさい。

考え方 12と16の公約数のうちで、最も大きい整数を、12と16の最大公約数といいます。まず、例題2の方法で、12と16の公約数を求めます。

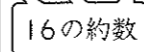
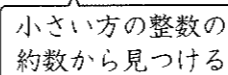
●公約数の見つけ方1●

12の約数 ①, ②, 3, ④, 6, 12

16の約数 ①, ②, ④, 8, 16

●公約数の見つけ方2●

12の約数 ①, ②, 3, ④, 6, 12



このように、12と16の公約数は1, 2, 4の3つですが、

この中で最も大きい整数は4です。したがって、12と16の最大公約数は4となります。

注 12と16の公約数は、どれも4の約数になっています。このことから、12と16の公約数は、最大公約数の約数になっています。

最大公約数
□2つの整数□と○の公約数のうち、最も大きい整数を、□と○の最大公約数という。
□と○の公約数は、最大公約数の約数になっている。

答 4

確認問題

3 次の2つの整数の最大公約数を求めなさい。また、これを利用して、2つの整数の公約数を、小さい方から順に全部書きなさい。

- 回(1) 9と15 (2) 16と24

最大公約数() 最大公約数()
公約数() 公約数()

1 図3から、直線BCと60°の角をつくる直線の上には、Bからのきよりが7cmになる点Aが2つとれることがわかる。よって、辺ABが2通りとれるので、ちがう三角形がかけられる。

解説 このように、2つの辺の長さとその間にある角の大きさを決めても、2通りの三角形がかけてしまいます。これは「2つの辺の長さとその間にある角の大きさが等しい」というだけでは、2つの三角形は必ず合同になるとはいえないということを表しています。

説明では、直線BCと60°の角をつくる直線の上に点Aが2つとれること、つまり、辺ABが2通りとれること、それがちがう三角形がかける理由であることを書きましょう。

2 (1) ア…9、イ…10、ウ…1800

(2) 1つの頂点からひいた対角線で分けられる三角形の数は□-2個。三角形の3つの角の大きさの和は180°だから、多角形の角の大きさの和は、 $180 \times (\square - 2)$ 度。

ジャンプアップ①

P.64~P.65

(1) ア…180、イ…360

解説 1つの対角線で2つの三角形ができます。三角形の3つの角の大きさの和は180°だから、 $180 \times 2 = 360$ °として求めることができます。

(2) (四角形ABCDを、対角線ACとBDをひいて、4つの三角形に分けます。)三角形の3つの角の大きさの和は180°で、三角形4つ分の角の大きさの和は、 $180 \times 4 = 720$ (°)

点Eのまわりの角の大きさは360°だから、これをひいて、 $180 \times 4 - 360 = 720 - 360 = 360$ (°)

解説 三角形の3つの角の大きさの和は180°であること、三角形4つ分の角の大きさの和は、 $180 \times 4 = 720$ (°)であること、点Eのまわりの角の大きさは360°であることを記述して説明します。

(3) (四角形ABCDの辺BC上に点Eをとり、AE、DEをひいて、四角形を3つの三角形に分けます。)三角形の3つの角の大きさの和は180°で、三角形3つ分の角の大きさの和は、 $180 \times 3 = 540$ (°)

点Eのまわりのしるしをつけた角の大きさは180°だから、これをひいて、 $180 \times 3 - 180 = 540 - 180 = 360$ (°)

解説 三角形の3つの角の大きさの和は180°であること、三角形3つ分の角の大きさの和は、 $180 \times 3 = 540$ (°)であること、点Eのまわりのしるしをつけた角の大きさは180°であることを記述して説明します。

(4) 四角形の中に点Eをとり、AE、BE、CE、DEをひいて、四角形を4つの三角形に分けます。三角形の3つの角の大きさの和は180°で、三角形4つ分の角の大きさの和は、 $180 \times 4 = 720$ (°)

点Eのまわりの角の大きさは360°だから、これをひいて、 $180 \times 4 - 360 = 720 - 360 = 360$ (°)

解説 三角形の3つの角の大きさの和は180°であること。三角形4つ分の角の大きさの和は、 $180 \times 4 = 720$ (°)であること。点Eのまわりの角の大きさは360°であることを記述して説明します。

11 偶数と奇数、倍数と公倍数

P.66~P.68 確認問題

1 (1) 偶数 (2) 偶数
(3) 偶数 (4) 奇数

解説 (3) $26 \div 2 = 13$
→2でわり切れるので偶数です。
(4) $47 \div 2 = 23$ あまり1
→2でわり切れないので奇数です。

2 偶数 2000, 9518, 783794
奇数 865, 21041

解説 865→一の位が5→奇数
2000→一の位が0→偶数
9518→一の位が8→偶数
21041→一の位が1→奇数
783794→一の位が4→偶数

3 (1) 4, 8, 12, 16
(2) 5, 10, 15, 20
(3) 8, 16, 24, 32
(4) 12, 24, 36, 48

解説 1, 2, 3, 4を順にかけます。

4 (1) 6, 12, 18
(2) 12, 24, 36
(3) 24, 48, 72
(4) 30, 60, 90

解説 大きい方の整数の倍数を書きだして、その中から小さい方の倍数を見つけます。
(1) 3の倍数

3, 6, 9, 12, 15, 18, ...
2の倍数

5 (1) 最小公倍数…30
公倍数…30, 60, 90
(2) 最小公倍数…24
公倍数…24, 48, 72

解説 公倍数は、最小公倍数の倍数になっています。

6 30

解説 5の倍数を書きだして、それが2と3の倍数になっているかを調べます。
5の倍数 5 10 15 20 25 30 ...
3の倍数 × × ○ × × ○ ...
2の倍数 × ○ × ○ × ○ ...

P.69~P.70 練習問題A

1 (1) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20
(2) 10個
(3) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19

(4) 10個

2 (1) 偶数 (2) 奇数 (3) 偶数
(4) 奇数 (5) 偶数 (6) 奇数

解説 偶数が奇数かを調べるときは、一の位の数字に目を付けます。

一の位が0, 2, 4, 6, 8の数は偶数、
一の位が1, 3, 5, 7, 9の数は奇数です。

3 (1) 15, 偶数 (2) 15, 奇数
(3) 16, 偶数 (4) 16, 奇数

解説 (1), (3)のように、偶数は2でわり切れるので、 $2 \times (\text{整数})$ の形で表すことができます。

(2), (4)のように、奇数は2でわり切れない(2でわると1あまる)ので、 $2 \times (\text{整数}) + 1$ の形で表すことができます。

4 (1) 4210 (2) 4201 (3) 偶数

解説 (1) 一の位には0か2か4があてはまりません。大きい数をつくるので、上の位の数字を大きくします。

(2) 一の位は奇数ですから、1です。

(3) できるいちばん小さい整数は1024です。

5 (1) 2, 4, 6, 8, 10
(2) 7, 14, 21, 28, 35
(3) 13, 26, 39, 52, 65
(4) 21, 42, 63, 84, 105

6 (1) 4, 16, 20, 24
(2) 9, 15, 24, 45
(3) 15, 20, 45 (4) 24
(5) 20 (6) 15, 45

解説 (1) 偶数を選びます。
(3) 5の倍数は、一の位が0か5になっています。

(4) 6の倍数を選びます。

(5) 10の倍数を選びます。

(6) 15の倍数を選びます。

7 (1) 最小公倍数…12
公倍数…12, 24, 36

(2) 最小公倍数…36
公倍数…36, 72, 108

(3) 最小公倍数…60
公倍数…60, 120, 180

(4) 最小公倍数…42
公倍数…42, 84, 126

◁解説▷(3) 15の倍数 15, 30, 45, 60, ...
12の倍数
12と15の最小公倍数は60。公倍数は60の倍数になります。

60の倍数 60, 120, 180, ...
⑧ (1) 12 (2) 60

◁解説▷(2) 15の倍数 15, 30, 45, 60, 75, ...
6の倍数 × ○ × ○ × ...
4の倍数 × × × ○ × ...

P.71 練習問題B

① (1) 奇数 (2) 奇数 (3) 偶数
(4) 偶数 (5) 偶数 (6) 偶数

◁解説▷ 小さい数を使って計算してみるとわかりやすいです。

(5) $4+8=12$ ← 偶数
(6) $7+5=12$ ← 偶数

② (1) 15個 (2) 10個 (3) 5個
(4) 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29

◁解説▷(1) $30 \div 2 = 15$
 $2 \times 1 = 2$ から、 $2 \times 15 = 30$ までの15個あります。

(2) $30 \div 3 = 10$ (個)
(3) 2と3の最小公倍数6の倍数の個数だから、 $30 \div 6 = 5$ (個)

(4) (1), (2)のどちらにもあてはまらない数を求めます。

③ (1) 60, 120, 180 (2) 90, 180, 270

④ (1) 102 (2) 2

◁解説▷(1) $100 \div 6 = 16$ あまり4
 $6 \times 16 = 96$, $6 \times 17 = 102$
96と102では、102の方が100に近いです。

(2) いちばん小さい130が3の倍数かどうかを調べると、

$130 \div 3 = 43$ あまり1
→3の倍数ではない

あまりが3になれば3でわり切れるから、130より $(3-1=)2$ 大きい132が3の倍数です。

12 約数と公約数

P.72~P.73 確認問題

① (1) 1, 2, 5, 10 (2) 1, 2, 4
(3) 1, 2, 3, 4, 6, 12
(4) 1, 2, 4, 8
(5) 1, 7 (6) 1, 11

◁解説▷(1) $10 \div 1 = 10$ → 1, 10が約数
 $10 \div 2 = 5$ → 2, 5が約数
(2) $4 \div 1 = 4$ → 1, 4が約数
 $4 \div 2 = 2$ → 2が約数
(5) $7 \div 1 = 7$ → 1, 7が約数

② (1) 1, 2 (2) 1, 2, 3, 6

◁解説▷ 小さい方の整数の約数の中から、大きい方の整数の約数を見つけます。

(1) 4の約数 ①, ②, 4
6の約数
(2) 12の約数 ①, ②, ③, 4, ⑥, 12
18の約数

③ (1) 最大公約数...3 公約数...1, 3
(2) 最大公約数...8 公約数...1, 2, 4, 8

◁解説▷ 公約数は、最大公約数の約数になります。

P.74 練習問題A

① (1) 1, 2 (2) 1, 3
(3) 1, 2, 7, 14 (4) 1, 5, 25
(5) 1, 2, 3, 6, 9, 18
(6) 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56

② (1) ① 倍数 ② 約数 ③ 約数
(2) 7個

◁解説▷(2) 4の倍数の個数を求めればよいですから、 $30 \div 4 = 7$ あまり2 → 7個

③ (1) 1, 2 (2) 1, 3
(3) 1, 3 (4) 1, 2, 5, 10

◁解説▷(1) 6の約数... ①, ②, 3, 6
8の約数
(2) 9の約数... ①, ③, 9
15の約数
(3) 18の約数... ①, 2, ③, 6, 9, 18
21の約数
(4) 20の約数... ①, ②, 4, ⑤, ⑩, 20
50の約数

④ (1) 最大公約数...6
公約数...1, 2, 3, 6
(2) 最大公約数...7 公約数...1, 7
(3) 最大公約数...14
公約数...1, 2, 7, 14
(4) 最大公約数...16
公約数...1, 2, 4, 8, 16

P.75 練習問題B

① (1) 8個 (2) 63

◁解説▷(1) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24の8個。
(2) 32の約数は、1, 2, 4, 8, 16, 32
ですから、 $1+2+4+8+16+32=63$

② (1) 10個 (2) 3個

◁解説▷(1) 約数が1とその数自身だけの整数になります。

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,
23, 29の10個。

(2) (1)で求めた数を2回かけ合わせてできる整数は、約数が3個になります。1から30までで、このような整数は、
 $2 \times 2 = 4$ → 約数は、1, 2, 4
 $3 \times 3 = 9$ → 約数は、1, 3, 9
 $5 \times 5 = 25$ → 約数は、1, 5, 25

③ (1) 4, 7, 14, 28
(2) 4, 6, 12

◁解説▷(1) 30をわると2あまる整数は、
 $(30-2)=28$ をわり切る整数ですから、
28の約数のうち、2より大きい整数を求めます。

(2) $26-2=24$ $39-3=36$
24と36の公約数のうち、3より大きい整数を求めます。

④ (1) 1, 2 (2) 1, 2, 7, 14

⑤ (1) 4個 (2) 5個
(3) 20個 (4) 20個

◁解説▷(1) 10の倍数のうち、10でないものになります。10の倍数は、 $50 \div 10 = 5$ (個)
ですから、 $5-1=4$ (個)

(2) 5の倍数で、10の倍数でない数ですから、 $50 \div 5 = 10$ → $10-5=5$ (個)

(3) 2の倍数(偶数)で、10の倍数でない数ですから、
 $50 \div 2 = 25$ → $25-5=20$ (個)

(4) 1から50までの整数から、10との最大公約数が1でない数をのぞいた数ですから、
 $50 - (5+5+20) = 20$ (個)

13 公倍数・公約数の利用

P.76~P.78 確認問題

① 30cm

◁解説▷ 高さが5と6の公倍数のとき、等しくなります。

② 午前7時42分

◁解説▷ 6と14の最小公倍数は42ですから、午前7時の42分後です。

③ 45秒後

◁解説▷ 9と15の最小公倍数は45ですから、同時に打ち上げられてから、45秒ごとに、同時に打ち上げられます。

④ 42本

◁解説▷ 21人にあまりなく分けられた→えん筆の本数は21の倍数

14人にもあまりなく分けられた→えん筆の本数は14の倍数

両方にあてはまる数は、21と14の公倍数です。最小公倍数を求めると42です。

⑤ 60cm

◁解説▷ 12と15の最小公倍数は60ですから、正方形の1辺の長さは60cmとなります。

⑥ (1) 120cm (2) 3600個

◁解説▷(1) 立方体の1辺の長さは、8と10と6の最小公倍数になります。最小公倍数は、次のように求めるとよいです。

8と10の最小公倍数40を求め、40と6の最小公倍数を求めると、120です。

(2) $(120 \div 8) \times (120 \div 10) \times (120 \div 6) = 15 \times 12 \times 20 = 3600$ (個)

⑦ 6人

◁解説▷ 子どもの人数は、24と18の最大公約数になります。

⑧ 4cm

◁解説▷ 正方形の1辺の長さは、12と20の最大公約数になります。

P.79~P.80 練習問題A

① 18個

◁解説▷ 6と9の最小公倍数になります。

② 396ページ

◁解説▷ 本のページ数は、12と18の公倍数になります。12と18の最小公倍数は36ですから、380と400の間の36の倍数を求めると396です。よって、396ページです。

③ (1) 午前8時30分 (2) 5回