

9 1次関数

- テーマ**
- ① 1次関数の意味について学ぶ。
 - ② 変化の割合について学ぶ。
 - ③ 1次関数のグラフが直線になることを理解する。

学習 1 1次関数

基本CHECK

- 関数…2つの変数 x と y の間で、「 x の値が決まると y の値もただ1つ決まる」という関係があるとき、 y は x の関数であるという。
- 1次関数… y が x の1次式で表されるとき、 y は x の1次関数であるという。
- 1次関数の式…一般に、 $y=ax+b$ (a, b は定数, $a \neq 0$) の形で表される。

例題 次の問いに答えなさい。

- (1) 水そうに3Lだけ水が入っている。これに毎分2Lずつ水を入れるとき、 x 分後の水量を y L とする。このとき、 x と y の関係を式に表せ。また、 y は x の1次関数であるか答えよ。
- (2) 次の①~④の式のうち、 y が x の1次関数であるものをすべて選べ。

- ① $y=2x-3$ ② $y=x^2+3$ ③ $x-y=4$ ④ $y=-\frac{6}{x}$

解法 (1) x 分間に水は、 $2 \times x = 2x$ (L) 入るから、 x 分後の水量は、 $3+2x$ (L) となる。よって、 $y=2x+3$

- (2) ③は $y=\sim$ の形に移項する。
移項すると、 $y=x-4$ $x-4$ は x の1次式だから、
③は1次関数である。

答 (1) $y=2x+3$ 1次関数である。 (2) ①, ③

確認問題

1 次の関数について、 x と y の関係を式で表しなさい。また、 y は x の1次関数であるか答えなさい。

- (1) 1辺が x cm の正方形の面積が y cm² である。
- (2) 半径 x cm の円の周りの長さは y cm である。(ただし、円周率は π とする。)
- (3) 1日のうちで、昼の長さが x 時間 のとき、夜の長さは y 時間 である。

□2 次の式で、 y が x の1次関数であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

- ア $y=2x^2$ イ $y=\frac{1}{3}x-4$ ウ $y=\frac{6}{x}$ エ $y=12x$
- オ $5x-3y=3$ カ $\frac{y}{x}=7$ キ $y=3x^2-4$ ク $x+y=2$

POINT
 $y=ax+b$
↑ ↑
 x に比例する部分 定数の部分

学習 2 変化の割合

基本CHECK

● 変化の割合… y が x の関数であるとき、 $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ を変化の割合という。

変化の割合は、 x が1だけ増加したときの y の増加量を表す。

1次関数 $y=ax+b$ では、変化の割合は一定で a に等しい。

$$\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = a \quad \text{また、} y \text{ の増加量} = a \times x \text{ の増加量}$$

例題 次の問いに答えなさい。

- (1) 1次関数 $y=2x+3$ について、 x の値が1から3まで増加したときの変化の割合を求めよ。
- (2) 1次関数 $y=-3x+1$ について、 x の値が2から5まで増加したときの変化の割合を求めよ。
- (3) 1次関数 $y=5x-4$ について、次の値を求めよ。

- ① 変化の割合 ② x の増加量が2のときの y の増加量

解法 (1) 1次関数 $y=2x+3$ について

$x=1$ のとき、 $y=2 \times 1 + 3 = 5$

$x=3$ のとき、 $y=2 \times 3 + 3 = 9$

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{9-5}{3-1} = 2$$

x	...	1	...	3	...
y	...	5	...	9	...

↑ ↑
2 4

(2) 1次関数 $y=-3x+1$ について

$x=2$ のとき、 $y=-3 \times 2 + 1 = -5$

$x=5$ のとき、 $y=-3 \times 5 + 1 = -14$

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{-14 - (-5)}{5-2} = -3$$

x	...	2	...	5	...
y	...	-5	...	-14	...

↑ ↑
3 9

(3) ① 変化の割合は5

② y の増加量 = 変化の割合 \times x の増加量
= 5×2
= 10

答 (1) 2 (2) -3 (3) ① 5 ② 10

確認問題

3 次の問いに答えなさい。

(1) 1次関数 $y=3x-4$ について、 x の値が次のように増加したときの変化の割合を求めよ。

- ① $x=1$ から $x=5$ まで □② $x=-5$ から $x=-2$ まで

(2) 1次関数 $y=-4x+3$ について、次の値を求めよ。

- ① 変化の割合 □② x の増加量が-1のときの y の増加量

4 y が x の1次関数で、次の表のような値をとっているとき、この関数の変化の割合を求めなさい。また、ア、イ、ウにあてはまる数を求めなさい。

□(1)

x	1	2	4	5	8
y	3	6	ア	イ	ウ

□(2)

x	-2	0	1	3	4
y	ア	イ	-1	-3	ウ

POINT
 $y=ax+b$ において
変化の割合 = $\frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$
= a

APPROACH 3 第3章の準備

P.48~P.49

- 1 (1) $y = \frac{2}{5}x$ (2) $0 \leq x \leq 125, 0 \leq y \leq 50$
 (3) $8 \leq y \leq 20$ (4) 90秒後

解説 (3) $x=20$ のとき, $20 \times \frac{2}{5} = 8$

$x=50$ のとき, $50 \times \frac{2}{5} = 20$

よって, $20 \leq x \leq 50$ のとき, $8 \leq y \leq 20$

(4) $36 = \frac{2}{5}x$ より, $x = 36 \times \frac{5}{2} = 90$

- 2 (1) $y = \frac{3}{2}x$ (2) $y = 12$

解説 (1) $y=ax$ に $x=4, y=6$ を代入して,

$6 = a \times 4$ より, $a = \frac{3}{2}$

(2) $y=ax$ に $x=2, y=-8$ を代入して,

$-8 = a \times 2$ より, $a = -4$

$y=-4x$ に $x=-3$ を代入して,

$y = -4 \times (-3) = 12$

- 3 (1) $y = \frac{36}{x}$ (2) $\frac{9}{10} \leq y \leq \frac{6}{5}$

(3) 時速 54 km

解説 (1) 往復するので道のりは, 36 km

(2) $x=30$ のとき, $y = \frac{36}{30} = \frac{6}{5}$

$x=40$ のとき, $y = \frac{36}{40} = \frac{9}{10}$

よって, $\frac{9}{10} \leq y \leq \frac{6}{5}$

(3) 40分 = $\frac{2}{3}$ 時間だから, $\frac{2}{3} = \frac{36}{x}$ より,

$x = 36 \times \frac{3}{2} = 54$

- 4 (1) $y = -4$ (2) $y = -\frac{3}{2}$

解説 (1) $y = \frac{a}{x}$ に $x=8, y=3$ を代入して,

$3 = \frac{a}{8}$ より, $a = 24$

$y = \frac{24}{x}$ に $x = -6$ を代入して,

$y = -4$

(2) $y = \frac{a}{x}$ に, $x = \frac{1}{3}, y = -18$ を代入して,

$a = \frac{1}{3} \times (-18) = -6$

$y = -\frac{6}{x}$ に $x=4$ を代入して,

$y = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$

- 5 (1) $y = \frac{14}{x}$ (2) $y = \frac{4}{5}x$ (3) $y = 2x + 10$
 (4) $y = 5x^2$

比例するもの…(2), 比例定数 $\frac{4}{5}$

反比例するもの…(1), 比例定数 14

解説 (1) $\frac{1}{2}xy = 7$ より, $y = \frac{14}{x}$

(2) $y = (1 - \frac{20}{100})x$ より, $y = \frac{4}{5}x$

(3) $y = 2(5+x)$ より, $y = 2x + 10$

(4) $y = x^2 + (2x)^2$ より, $y = 5x^2$

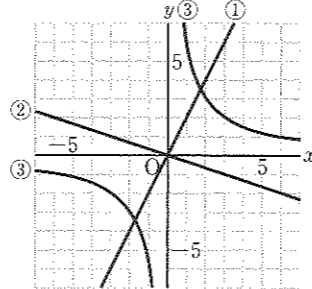
- 6 (1) $y = \frac{3}{2}x$

x	-6	-1	0	2	4
y	-9	$-\frac{3}{2}$	0	3	6

- (2) $y = -\frac{12}{x}$

x	-3	-1	2	3	6	8
y	4	12	-6	-4	-2	$-\frac{3}{2}$

- 7 (1)



- (2) ① $y = \frac{3}{2}x$ ② $y = -\frac{4}{x}$

9 1次関数

P.50~P.53 確認問題

- 1 (1) $y = x^2$ 1次関数でない。
 (2) $y = 2\pi x$ 1次関数である。
 (3) $y = -x + 24$ 1次関数である。

- 2 イ, エ, オ, カ, ク

- 3 (1) ① 3 ② 3 (2) ① -4 ② 4

解説 (1) ① $x=1$ のとき, $y = 3 \times 1 - 4 = -1$
 $x=5$ のとき, $y = 3 \times 5 - 4 = 11$

変化の割合は, $\frac{11 - (-1)}{5 - 1} = 3$

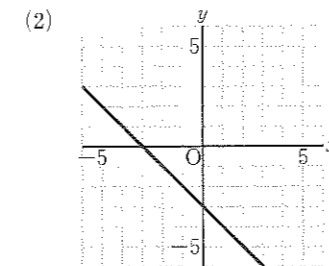
(2) ② y の増加量は, $-4 \times (-1) = 4$

- 4 (1) 変化の割合…3 ア…12 イ…15 ウ…24

(2) 変化の割合…-1 ア…2 イ…0 ウ…-4

- 5 (1)

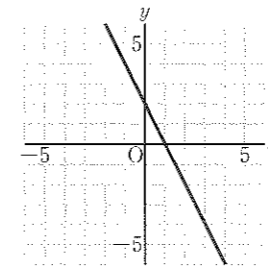
x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6



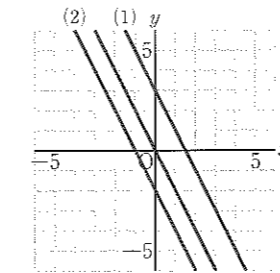
- (3) ① -11 ② 7 ③ -14

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	6	4	2	0	-2	-4	-6

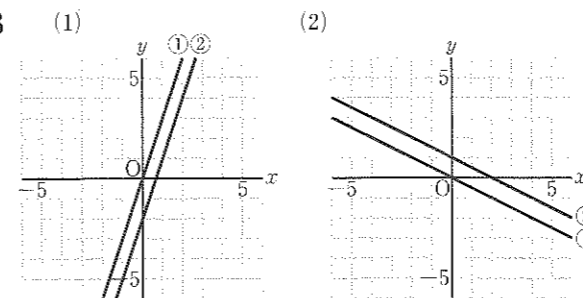
グラフは右の図



- 7



- 8



- 9 (1) $y = 2x + 5$ (2) $y = -3x - 1$

P.54 演習問題A

- 1 ウ, エ

- 2 (1) $y = -x + 8$ 1次関数である。

(2) $y = \frac{12}{x}$ 1次関数でない。

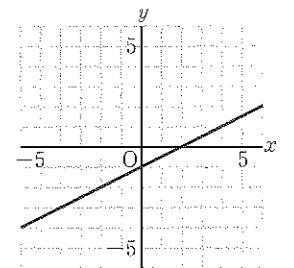
(3) $y = 3\pi x^2$ 1次関数でない。

- 3 (1) -4 (2) -8

- 4 (1)

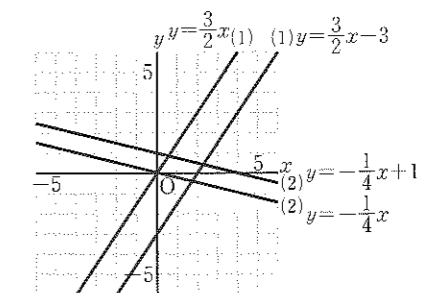
x	-4	-2	0	2	4	6
y	-3	-2	-1	0	1	2

グラフは右の図



(2) y の値は $\frac{1}{2}$ 増加する。

- 5



P.55 演習問題B

- 1 (1) $y = 3x$ 1次関数である。
 (2) $y = x + 30$ 1次関数である。
 (3) $y = \frac{20}{x}$ 1次関数でない。
 (4) $y = -30x + 1000$ 1次関数である。
 (5) $y = \frac{16}{x}$ 1次関数でない。

- 2 (1) $y = 3x + 5$ (2) $x = 14$

解説 (2) $47 = 3x + 5$ より, $x = 14$

- 3 12分

解説 A, B 両方を開いたとき, 毎分 11L 減少する。
 B だけでは, 毎分 $11 - 7 = 4$ (L) 減少する。

よって, B だけを開いて, 48L の水を出すのにかかると時間は, $48 \div 4 = 12$ (分)

- 4 (1) $y = 0.6x + 331$ (2) 346 m/s
 (3) 10°C

解説 (2) $y = 0.6 \times 25 + 331 = 346$

(3) $337 = 0.6x + 331$ より, $x = 10$